

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

**ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 2020**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 → γ

A2 → α

A3 → γ

A4 → δ

A5. (α) Σ (β) Λ (γ) Σ (δ) Σ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Επειδή ο τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει η ταχύτητα του σημείου Γ είναι:

λόγω μεταφορικής κίνησης: $u_{cm} = \omega R$

λόγω περιστροφικής κίνησης: $u = \omega \frac{R}{2} = \frac{u_{cm}}{2}$

Άρα η ταχύτητα του σημείου Γ λόγω της σύνθετης κίνησης θα είναι:

$$\vec{u}_\Gamma = \vec{u}_{cm} + \vec{u} \rightarrow u_\Gamma = \sqrt{u_{cm}^2 + u^2} = \sqrt{u_{cm}^2 + \frac{u_{cm}^2}{4}} = \sqrt{\frac{5u_{cm}^2}{4}} = \frac{u_{cm}}{2} \sqrt{5} \rightarrow u_\Gamma = \frac{\sqrt{5}u_{cm}}{2}$$

Ομοίως η ταχύτητα του σημείου Α θα είναι:

$$\vec{u}_A = \vec{u}_{cm} + \vec{u}_{\gamma p(A)} \rightarrow u_A = u_{cm} + u_{\gamma p(A)} \rightarrow u_A = u_{cm} + \omega R = u_{cm} + u_{cm} \rightarrow u_A = 2u_{cm}.$$

$$\text{Άρα: } \frac{u_\Gamma}{u_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

B2. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας m_2 είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($u_2 = 0$) οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad \text{και} \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρεται στη Σ_2 είναι:

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$\Pi_1 = \frac{\Delta K_2}{K_1^{\text{αρχ}}} = \frac{\frac{1}{2} m_2 u_2^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} = \frac{m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \right)^2}{m_1 u_1^2} = \frac{4m_2 m_1^2 u_1^2}{(m_1 + m_2)^2 m_1 u_1^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$$

Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης όταν το σώμα μάζας m_1 είναι ακίνητο πριν τη κρούση ($u_1 = 0$) οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \quad \text{και} \quad u_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 που μεταφέρεται στη Σ_1 είναι:

$$\Pi_2 = \frac{\Delta K_1}{K_2^{\text{αρχ}}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 u_1'^2}{\frac{1}{2} m_2 u_2^2} = \frac{m_1 \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \right)^2}{m_2 u_2^2} = \frac{4m_1 m_2^2 u_2^2}{(m_1 + m_2)^2 m_2 u_2^2} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$$

Άρα $\Pi_1 = \Pi_2$.

B3. α) Σωστή απάντηση είναι η i.

β) Εφαρμόζοντας Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού έως την οπή παίρνουμε:

$$p_{\text{atm}} + \rho g(H - h_1) + 0 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho u^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rho u^2 = \rho g(H - h_1) \rightarrow u = \sqrt{2g(H - h_1)} \quad (1).$$

Στον κατακόρυφο άξονα y η φλέβα κάνει ελεύθερη πτώση άρα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο: $h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad (2)$

$$\text{Και στο σημείο Z σε χρόνο: } h_1 - h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \quad (3)$$

Στον οριζόντιο άξονα x η φλέβα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u άρα:

$$s = u t_1 \xrightarrow{(1), (2)} s = \sqrt{2g(H - h_1)} \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \quad \text{και}$$

$$\frac{s}{2} = u t_2 \xrightarrow{(1), (3)} s = 2 \sqrt{2g(H - h_1)} \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}}$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$\sqrt{2g(H-h_1)} \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2 \sqrt{2g(H-h_1)} \sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}} \rightarrow \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2 \sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}} \rightarrow$$

$$\frac{2h_1}{g} = 4 \frac{2(h_1-h_2)}{g} \rightarrow h_1 = 4h_1 - 4h_2 \rightarrow 3h_1 = 4h_2 \rightarrow h_1 = \frac{4h_2}{3} = \frac{4}{3} \frac{21H}{32} = \frac{7H}{8}.$$

Η παροχή της βρύσης είναι ίση με την παροχή της οπής, άρα:

$$\Pi_{\text{βρύσης}} = A u = A \sqrt{2g(H-h_1)} = A \sqrt{2g(H-\frac{7H}{8})} = A \sqrt{2g \frac{H}{8}} \rightarrow \Pi_{\text{βρύσης}} = \frac{A}{2} \sqrt{gH}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Όταν ο αγωγός αρχίζει να κινείται μεταβάλλεται η μαγνητική ροή μέσα από την επιφάνεια που ορίζει με την κίνηση του οπότε σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στον αγωγό θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{\text{επ}(1)} = \frac{|d\Phi|}{dt} \rightarrow E_{\text{επ}(1)} = \frac{|\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}|}{dt} \rightarrow E_{\text{επ}(1)} = \frac{B(S_{\text{τελ}} - S_{\text{αρχ}})}{dt} \rightarrow E_{\text{επ}(1)} = \frac{B dS}{dt} \xrightarrow{dS = L dx}$$

$$E_{\text{επ}(1)} = \frac{B L dx}{dt} \xrightarrow{v = \frac{dx}{dt}} E_{\text{επ}(1)} = B_1 v L \quad (1).$$

Λόγω της τάσης αυτής ο αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα του οποίου η ένταση υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{E_{\text{επ}(1)}}{R_{\text{κλ}} + R_1} \rightarrow I_1 = \frac{B_1 v L}{R_{\text{κλ}} + R_1} \quad (2)$$

οπότε δέχεται δύναμη Laplace με φορά αντίθετη από τη φορά της κίνησης (κανόνας του Lenz) και μέτρο:

$$F_{L(1)} = B_1 I_1 L \rightarrow F_{L(1)} = B_1 \frac{B_1 v L}{R_{\text{κλ}} + R_1} L \quad (3)$$

Αρχικά ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση. Η ταχύτητά του αυξάνεται, άρα η ΗΕΔ από επαγωγή, που εμφανίζεται στα άκρα του, αυξάνεται και το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται. Η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό επίσης αυξάνεται. Όσο η F_L είναι μικρότερη από την F , ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται. Κάποια στιγμή η δύναμη Laplace γίνεται ίση με την F ($\Sigma F = 0$). Τότε επειδή $a = \frac{\Sigma F}{m} = 0$ στη συνέχεια ο αγωγός κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $u = u_{\text{ορ}}$ το μέτρο της οποίας υπολογίζεται ως εξής:

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{L(1)} = F = 0,8 \text{ N.}$$

$$F_{L(1)} = B_1 I_1 L \rightarrow I_1 = \frac{F_L}{B_1 L} \rightarrow I_1 = 0,8 \text{ A.}$$

$$I_1 = \frac{E_{\varepsilon\pi(1)}}{R_{o\lambda}} \rightarrow E_{\varepsilon\pi(1)} = I_1 R_{o\lambda} \rightarrow E_{\varepsilon\pi(1)} = 4 \text{ V.}$$

$$E_{\varepsilon\pi(1)} = B_1 u_{op} L \rightarrow u_{op} = 4 \text{ m/s.}$$

Γ2) Τη χρονική στιγμή t_2 που ο αγωγός εισέρχεται στην περιοχή όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο έντασης B_3 θα αναπτυχθεί σ' αυτόν ΗΕΔ από επαγωγή με αντίθετη πολικότητα από την $E_{\varepsilon\pi(1)}$ και μέτρο $E_{\varepsilon\pi(3)} = B_3 u_{op} L = 4 \text{ N}$ οπότε θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα αντίθετης φοράς από το επαγωγικό ρεύμα $I_{\varepsilon\pi(1)}$ με ένταση $I_{\varepsilon\pi(3)} = 0,8 \text{ A}$ και θα δέχεται δύναμη Laplace με φορά αντίθετη από τη φορά της κίνησης και μέτρο: $F_{L(3)} = B_3 I_{\varepsilon\pi(3)} L = 0,8 \text{ N}$. Για να συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να ασκηθεί σε αυτόν μια δύναμη αντίθετη της δύναμης Laplace με μέτρο $F' = 0,8 \text{ N}$.

Γ3) Από τη χρονική στιγμή t_2 έως την χρονική στιγμή t_1 επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή και ίση με $u = u_{op} = 4 \text{ m/s}$ θα είναι σταθερή και η ένταση του επαγωγικού ρεύματος $I_{\varepsilon\pi(3)} = 0,8 \text{ A}$. Άρα θα ισχύει:

$$q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi(3)} \Delta t \rightarrow \Delta t = 0,25 \text{ s και}$$

$$Q_R = I_{\varepsilon\pi(3)}^2 (R_1 + R_{KL}) \Delta t^2 = 0,8 \text{ J.}$$

Γ4) Όταν κλείσει ο διακόπτης η ολική αντίσταση του κυκλώματος γίνεται:

$$R'_{o\lambda} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_{KL} = 4 \Omega \text{ και το επαγωγικό ρεύμα } I_{\varepsilon\pi(4)} = \frac{E_{\varepsilon\pi(3)}}{R'_{o\lambda}}$$

Ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα όταν:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{L(4)} = F' \rightarrow B_3 I_{\varepsilon\pi(4)} L = F' \rightarrow B_3 \frac{B_3 u'_{op} L}{R'_{o\lambda}} L = F' \rightarrow \frac{u'_{op}}{4} = 0,8 \rightarrow$$

$$u'_{op} = 3,2 \text{ m/s.}$$

$$V_{\lambda\kappa} = E_{\varepsilon\pi(3)} - I_{\varepsilon\pi(4)} R_{KL} = B_3 \frac{E_{\varepsilon\pi(3)}}{R'_{o\lambda}} L - \frac{E_{\varepsilon\pi(3)}}{R'_{o\lambda}} R_{KL} = 3,2 - \frac{3,2}{4} 3 \rightarrow V_{\lambda\kappa} = 0,8 \text{ V.}$$

$$\text{Άρα } V_{\kappa\lambda} = - 0,8 \text{ V.}$$

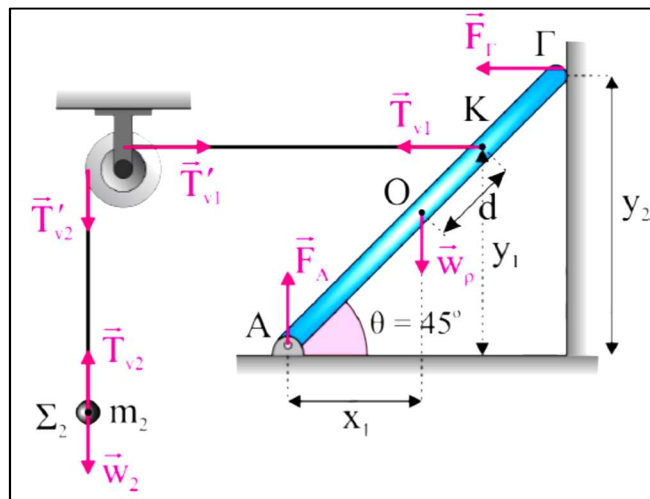
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$I_1 = I_2 = \frac{V_{AK}}{R_1} = \frac{V_{AK}}{R_2} = 0,4 \text{ A.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Το σώμα Σ_2 ισορροπεί, άρα: $\Sigma F = 0 \rightarrow T_{v2} = m_2 g = 30 \text{ N}$

Το στερεό ισορροπεί άρα: $\Sigma T_{(K)} = 0 \rightarrow T'_{v1} r = T_{v2} R \rightarrow T'_{v1} r = T_{v2} 2r \rightarrow T'_{v1} = 60 \text{ N.}$



Η ράβδος ισορροπεί, άρα:

$$\begin{aligned} \Sigma T_{(A)} = 0 &\rightarrow T_{v1}(AK)\eta\mu\theta + F_{\Gamma}(A\Gamma)\eta\mu\theta = Mg(AO)\sigma\upsilon\nu\theta \rightarrow \\ F_{\Gamma} \ell \frac{\sqrt{2}}{2} &= 100 \frac{\ell}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} - 60 \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{6} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow F_{\Gamma} = 50 - 40 = 10 \text{ N.} \end{aligned}$$

Δ2) Για την Θ.Ι.(1) του σώματος Σ_1 πριν την κρούση ισχύει:

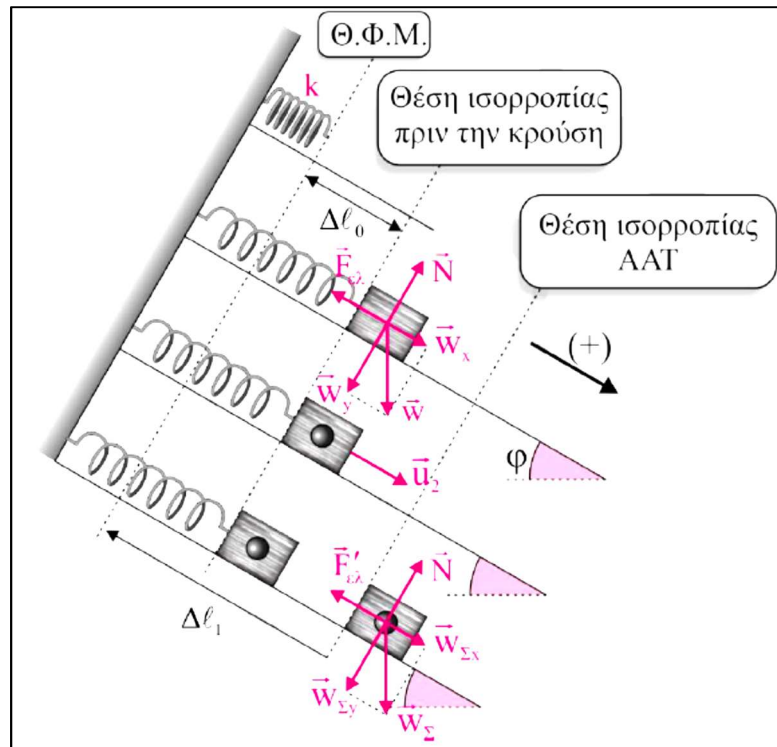
$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow F_{ελ} - m_1 g \eta\mu\phi \rightarrow k \Delta\ell_0 = m_1 g \eta\mu\phi \rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{m_1 g \eta\mu\theta}{k} = 0,05 \text{ m (1)}$$

Για την Θ.Ι.Τ. του συσσωματώματος μετά την κρούση ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \rightarrow F'_{ελ} - (m_1 + m_2)g \eta\mu\phi = 0 \rightarrow k \Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g \eta\mu\phi \rightarrow$$

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$\Delta \ell_1 = \frac{(m_1 + m_2)g \eta \mu \theta}{k} = 0,2 \text{ m (2)}$$



Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κάνει ΑΑΤ γύρω από την ΘΙ(2) με αρχική απομάκρυνση $\chi_0 = \Delta \ell_1 - \Delta \ell_0 = \xrightarrow{(1), (2)} \chi_0 = 0,15 \text{ m}$.

Εφαρμόζω ΑΔΕΤ στη θέση κρούσης:

$$K + U = E_{ολ} \rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_{\Sigma}^2 + \frac{1}{2}k \chi_0^2 = \frac{1}{2}k A^2 \rightarrow A = 0,3 \text{ m}.$$

Δ3) Το συσσωμάτωμα κάνει ΑΑΤ με $D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \rightarrow$

$\omega = 5 \text{ rad/s}$ και πλάτος $A = 0,3 \text{ m}$.

Το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $\chi_0 = -0,15 \text{ m}$ και η ταχύτητα του είναι θετική ($V_{\Sigma} > 0$). Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t_0 = 0$ και $\chi_0 = -0,15 \text{ m}$. Έτσι η εξίσωση γίνεται: $-0,15 = 0,3 \eta \mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow -0,15 = 0,3 \eta \mu \varphi_0 \rightarrow \eta \mu \varphi_0 = -\frac{1}{2} = \eta \mu \frac{7\pi}{6}$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**

$$\varphi_0 = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \quad \text{και} \quad \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{7\pi}{6} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

με $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$

Για $k = 0$: $\varphi_0 = \frac{7\pi}{6}$ rad. Επειδή $u = u_{\max} \sin \frac{7\pi}{6} < 0$ απορρίπτεται

Για $k = 1$: $\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}$ rad. Επειδή $u = u_{\max} \sin \frac{11\pi}{6} > 0$ δεκτή

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$x = 0,3 \text{ ημ} \left(5t + \frac{11\pi}{6} \right) \quad (\text{S.I.})$$

Δ4) Εφαρμόζω ΑΔΟ για την πλαστική κρούση στον άξονα της ταλάντωσης:

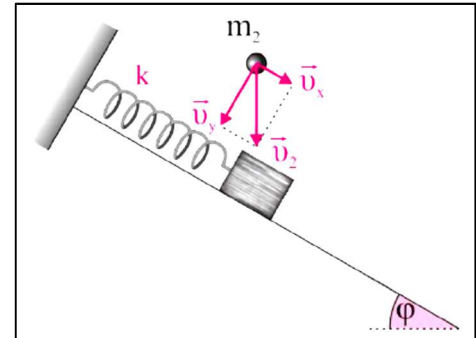
$$\vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow m_2 u_2 \eta\mu\varphi = (m_1 + m_2)V_{\Sigma} \rightarrow$$

$$u_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s.}$$

ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος Σ_2 :

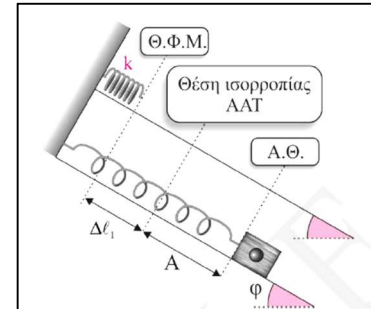
$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{m_2g} \rightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2^2 - 0 = m_2 g h \rightarrow$$

$$h = 0,6 \text{ m.}$$



Δ5) Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου είναι στην ακραία θέση $+A$ όπου $\Delta\ell_{\max} = \Delta\ell_1 + A = 0,5 \text{ m.}$

$$\text{Άρα: } \frac{|F_{\epsilon\lambda}|}{|F_{\epsilon\pi}|} = \frac{k \Delta\ell_{\max}}{kA} = \frac{5}{3}.$$



ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. - ΚΟΥΣΗΣ Γ.

www.floropoulos.gr